

Algebra

Übungsblatt 8

Prof. Dr. Fabien Morel
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2019/2020
09.12.2019

Aufgabe 1. Zeige: $\mathbb{Z}[X]$ ist kein Hauptidealring.
Hinweis: Betrachte das Ideal $(2, X)$.

Aufgabe 2. Sei p eine Primzahl.

(1) Zeige die folgende Gleichung in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[X]$

$$X^p - X = \prod_{a \in \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} (X - a).$$

(2) Folgere aus (1), dass $(p-1)! = -1$ in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

Aufgabe 3. Seien K ein Körper und $d \in K$, sodass d kein Quadrat in K ist.
Zeige: $K[X]/(X^2 - d)$ ist ein Körper.

Aufgabe 4. Seien K ein Körper und $a, b \in K$. Finde den Kern von dem Ringhomomorphismus $\varphi : K[X, Y] \rightarrow K$ mit $\varphi(f) = f(a, b)$ für alle $f \in K[X, Y]$.