

Algebra

Tutoriumsblatt 10

Prof. Dr. Fabien Morel
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2019/2020
09.01.2020

Aufgabe 1. (1) Seien K ein Körper und $P \in K[X]$ ein Polynom vom Grad 2 oder 3.

Zeige: P ist irreduzibel in $K[X]$ genau dann wenn P keine Nullstelle in K besitzt.

(2) Sei $P \in \mathbb{Z}[X]$ ein unitäres Polynom vom Grad 2 oder 3.

Zeige: P ist irreduzibel in $\mathbb{Z}[X]$ genau dann wenn P keine Nullstelle in \mathbb{Z} besitzt.

Aufgabe 2. Finde alle irreduziblen Polynome in $\mathbb{F}_2[X]$ vom Grad ≤ 4 .

Aufgabe 3. (1) Seien $P(X) = a_n X^n + \dots + a_1 X + a_0 \in \mathbb{Z}[X]$ und $x \in \mathbb{Z}$ eine Nullstelle von P . Zeige: x teilt a_0 .

(2) Sind die folgenden Polynome irreduzibel in $\mathbb{Z}[X]$?

(a) $X^3 - 2X + 3$

(b) $X^3 + 2X^2 - 3X - 6$

Hinweis: Benutze die Aufgabe 1.1 und die Frage (1).

Aufgabe 4. Zeige, dass in $\mathbb{Z}[X]$ die folgenden Polynome irreduzibel sind

(1) $X^4 - 2X^3 + X - 3$

(2) $X^4 - X^3 - 2X^2 + 3X + 2$

Hinweis: Betrachte die Polynome modulo 2.