

Algebra

Tutoriumsblatt 5

Prof. Dr. Markus Land
Dr. Maksim Zhykhovich

WiSe 2022/2023
23.11.2022

Aufgabe 1. Seien a_1, a_2, \dots, a_n paarweise verschiedene ganze Zahlen.
Zeige: Das Polynom

$$f = (x - a_1)(x - a_2)\dots(x - a_n) - 1$$

ist irreduzibel in $\mathbb{Z}[X]$.

Aufgabe 2. Finde alle irreduziblen Polynome in $\mathbb{F}_2[X]$ vom Grad ≤ 4 .

Aufgabe 3. Zeige, dass in $\mathbb{Z}[X]$ die folgenden Polynome irreduzibel sind

- (1) $X^4 - 3X + 6$
- (2) $X^4 - 2X^3 + X - 3$
- (3) $X^5 - X^4 + 3X^3 - X + 1$

Hinweis: Benutze das Eisensteinkriterium oder die Reduktion modulo 2.

Aufgabe 4. (1) Zeige: $X^4 + 1$ ist irreduzibel in $\mathbb{Z}[X]$.

(2) Zeige: $X^4 + 1$ ist reduzibel in $\mathbb{F}_p[X]$ für jede Primzahl p .

Hinweis: Sie p eine Primzahl. Zeige zunächst, dass $X^4 + 1$ reduzibel in $\mathbb{F}_p[X]$ ist, wenn $\{-1, 2, -2\} \cap \mathbb{F}_p^{*2}$ nicht leer ist. Benutze Aufgabe 1.2, Tutoriumsblatt 3.