

Mathematik I für Physiker: Tutoriumsblatt 6

Aufgabe T6.1

- (a) Es sei $z \in \mathbb{C}$ mit $z = 1 + \sqrt{3}i$. Berechne $|z|$.
- (b) Es sei $z \in \mathbb{C}$ mit $z = \frac{(2-3i)^2}{4-i}$. Bestimme $\operatorname{Re}(z)$ und $\operatorname{Im}(z)$.

Aufgabe T6.2

 Skizziere die Menge

$$M_a := \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) > 0, 1 < |z-i| + |z| \right\}$$

in der komplexen Zahlenebene.

Aufgabe T6.3

- (a) Zeige, dass die Abbildung $d_\infty : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right) \mapsto \max \{ |x_1 - y_1|, |x_2 - y_2| \}$$

eine Metrik auf \mathbb{R}^2 bildet.

- (b) Zeichne die Einheitssphäre, also die Menge $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^2 : d_\infty(\vec{x}, \vec{0}) = 1 \}$.

Aufgabe T6.4

 Es sei (X, d) ein metrischer Raum und $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in X .

- a) Zeige: Sind die Teilfolgen $(x_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ und $(x_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ beide konvergent mit Grenzwert x , so konvergiert die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und besitzt den Grenzwert $x \in X$.
- b) Gib ein Beispiel einer Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in \mathbb{R} an, sodass die Teilfolgen $(x_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ und $(x_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ konvergieren, die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ jedoch nicht konvergiert.