Prof. Dr. Thomas Sørensen
Dr. R. Coelho

PROBESTUDIUM
ÜBUNGSBLATT 2

2.-6. September 2019
03.09.2019

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie: Aus

(i) $0! := 1$

(ii)' $n! := n \cdot (n-1)!\ ,\ n \geq 1$

folgt $1! = 1$. (Siehe auch Definition 2.1).

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie: $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$ für alle $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. (Hinweis: Binomischer Satz).

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie: Für alle $n, k \in \mathbb{N}$ mit $0 < k \leq n$ gilt: $\frac{k}{n} \cdot \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1}$. (Hinweis: Definition 2.1 und Definition 2.3).

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie: Für alle $k, n \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq k \leq n$ gilt: $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$.

**Aufgabe 5.** Zeigen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $0 = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}$.

**Aufgabe 6.** Zeigen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ und alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x > -1$ gilt: $(1+x)^n \geq nx + 1$.

**Aufgabe 7.** Zeigen Sie: Es gilt:

$$n! \leq 2 \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^n \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}\,. \tag{1}$$

$$n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}\ ,\ n > 5\,. \tag{2}$$

**Aufgabe 8.** Aufgaben von gestern!