8. Tutorium zu MPIIA 13.06.-16.06.2005

Aufgabe 22: Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$f(x,y,z) = (x \sin(x+yz), 2xy^2 e^{-x^2+2yz}, x^4 y^2 z)$$

a) Berechnen Sie alle partielle Ableitungen 1. und 2. Ordnung von f_1, f_2, f_3, sowohl als $\nabla f_1, \nabla f_2, \nabla f_3, \operatorname{div} f, \operatorname{rot} f, \Delta f_j, j = 1, 2, 3$.
b) Berechnen Sie die Richtungsableitung von f_1 in die Richtungen $(-1, 0, 1)$ und $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.

Aufgabe 23: Sei $f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = \frac{x-y}{x+y}.$$

Berechnen Sie die Taylorreihe der Ordnung 2 von f an der Stelle $(1, 1)$.

Aufgabe 24: Sei

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

Berechnen Sie $\partial_x f, \partial_y f$ für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, und $\partial_x \partial_y f, \partial_y \partial_x f$ für $(x,y) = (0,0)$.