**4. Tutorium zu MPIIA** 09.05.-12.05.2005

**Aufgabe 9:** a) Sei $(X, d)$ metrischer Raum, $K_r(x) := \{y \in X \,|\, d(x, y) < r\}$. Zeigen Sie, daß $K_r(x)$ offen ist.
b) Sei $A_r(x) := \{y \in X \,|\, d(x, y) \leq r\}$. Zeigen Sie, durch ein Gegenbeispiel, daß $\overline{K_r(x)} = A_r(x)$ *nicht* immer gilt; welche Inklusion gilt immer?

**Aufgabe 10:** Sei $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ die Abbildung

$$d(x, y) := \begin{cases} |x| + |y| & \text{für } x \neq y \\ 0 & \text{für } x = y \end{cases}$$

wo $|\cdot|$ die Euklidische Länge ist. Zeigen Sie, daß $d$ eine Metrik ist. (Die *Postamt-Metrik*).

**Aufgabe 11:** Sei $(M, d)$ metrischer Raum, und $A \subset M, x \in M$. Sei

$$\operatorname{dist}(x, A) := \inf\{d(x, y) \,|\, y \in A\}.$$

Zeigen Sie, daß $\operatorname{dist}(\cdot, A) : M \to \mathbb{R}$ stetig ist.