

4. Tutorium zu MPIIA 09.05.-12.05.2005

Aufgabe 9: a) Sei (X, d) metrischer Raum, $K_r(x) := \{y \in X \mid d(x, y) < r\}$. Zeigen Sie, daß $K_r(x)$ offen ist.

b) Sei $A_r(x) := \{y \in X \mid d(x, y) \leq r\}$. Zeigen Sie, durch ein Gegenbeispiel, daß $\overline{K_r(x)} = A_r(x)$ nicht immer gilt; welche Inklusion gilt immer?

Aufgabe 10: Sei $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ die Abbildung

$$d(x, y) := \begin{cases} |x| + |y| & \text{für } x \neq y \\ 0 & \text{für } x = y \end{cases}$$

wo $|\cdot|$ die Euklidische Länge ist. Zeigen Sie, daß d eine Metrik ist. (Die *Postamt-Metrik*).

Aufgabe 11: Sei (M, d) metrischer Raum, und $A \subset M, x \in M$. Sei

$$\text{dist}(x, A) := \inf\{d(x, y) \mid y \in A\}.$$

Zeigen Sie, daß $\text{dist}(\cdot, A) : M \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist.