3. Tutorium zu MPIIA 02.05.-06.04.2005

Aufgabe 6: (a) Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale:

$$\int_0^\infty e^{-x} dx \ , \quad \int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2}$$

(b) Untersuchen Sie, für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren:

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha} \ , \quad \int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$$

Aufgabe 7: Berechnen Sie die Bogenlänge des Halbkreises (durch $(-a,0),(0,a),(a,0)$).

Aufgabe 8: Zeigen Sie

$$\Gamma(x) = 2 \cdot \int_0^\infty t^{2x-1} e^{-t^2} dt \ (x > 0).$$

und drücken Sie $\int_0^\infty e^{-y^2} dy$ durch die Gamma-Funktion aus.