2. Tutorium zu MPIIA 25.04.-28.04.2005

Aufgabe 4: Sei $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, $n \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie folgende Integrale

$$\int \frac{dx}{(x+a)^n}\ , \int \frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^n}\ , \int \frac{dx}{x^2+a^2}\ ,$$

und zeigen Sie die folgende Rekursion:

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{n+1}} = \frac{x}{2na^2(x^2+a^2)^2} + \frac{2n-1}{2na^2} \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}.$$

Aufgabe 5:

a) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung folgender rationelle Funktionen:

$$\frac{8}{z^2+2z-15}, \frac{4x+1}{z^3-3z-2}\ , \frac{1}{z^4+z^2}\ ,$$
$$\frac{1}{z^4-1}, \frac{z^3-2z^2-2z+12}{z^2-4z+5}.$$

Aufgabe 6:

a) Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

$$\int_0^\infty e^{-x} dx \ , \quad \int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2}$$

b) Untersuchen Sie, für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ folgende uneigentliche Integrale konvergieren:

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha} \ , \quad \int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$$