1. Tutorium zu MPIIA 18.04.-21.04.2005

Aufgabe 1: Berechnen Sie die Ableitungen von die Areafunktionen Arsinh, Arcosh, Artanh und Arcoth.

Aufgabe 2:

a) Sei $k \in \mathbb{N}$, und $M_k = \{x_1, \ldots, x_k\} \subset \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß M_k eine Lebesguesche Nullmenge ist.

b) Sei $M = \left\{\frac{1}{n} \,|\, n \in \mathbb{N}\right\} \subset \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß M eine Lebesguesche Nullmenge ist.

Aufgabe 3: Sei f über $[0, a]$ integrierbar. Man zeige, daß für $x \in]0, a]$ gilt

$$\frac{1}{x}\int_0^x f(t)\,dt$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[f\left(\frac{x}{n}\right) + f\left(\frac{2x}{n}\right) + f\left(\frac{3x}{n}\right) + \ldots + f(x)\right].$$