

## 1. Tutorium zu MPIIA 18.04.-21.04.2005

**Aufgabe 1:** Berechnen Sie die Ableitungen von die Areafunktionen Arsinh, Arcosh, Artanh und Arcoth.

### Aufgabe 2:

a) Sei  $k \in \mathbb{N}$ , und  $M_k = \{x_1, \dots, x_k\} \subset \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, daß  $M_k$  eine Lebesguesche Nullmenge ist.

b) Sei  $M = \left\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\right\} \subset \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, daß  $M$  eine Lebesguesche Nullmenge ist.

**Aufgabe 3:** Sei  $f$  über  $[0, a]$  integrierbar. Man zeige, daß für  $x \in ]0, a]$  gilt

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ f\left(\frac{x}{n}\right) + f\left(\frac{2x}{n}\right) + f\left(\frac{3x}{n}\right) + \dots + f(x) \right]. \end{aligned}$$