Mathematisches Institut LMU
Prof. Dr. H. Steinlein 09.05.2005

Übungsblatt 5 zu MPIIA

Aufgabe 17: (4 Punkte) Man definiere

$$\begin{aligned} \delta \ : \quad & \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ & (x, y) \mapsto \arctan |x - y| \end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß δ auf $\mathbb{R}$ eine zu der gewöhnlichen Betragsmetrik äquivalente Metrik ist.

Aufgabe 18: (4 Punkte) Sei (X, d) metrischer Raum, $A \subset X$ und $x \in X \setminus A$ mit $\operatorname{dist}(x, A) = 0$. Zeigen Sie, daß x Randpunkt von A ist. Hierbei bezeichnet $\operatorname{dist}(x, A) := \inf\{d(x, y) : y \in A\}$.

Aufgabe 19: (4 Punkte) Es sei (X, d) metrischer Raum mit der Eigenschaft, daß $X \setminus \{x\}$ kompakt ist für alle $x \in X$. Zeigen Sie, daß X endlich ist.

Aufgabe 20: (4 Punkte) Sei (X, d) metrischer Raum, und $A_1, A_2, A_3, \ldots$ Teilmengen von X.

(a) Sei $B_n := \bigcup_{j=1}^{n} A_j$. Zeigen Sie, daß $\overline{B_n} = \bigcup_{j=1}^{n} \overline{A_j}$.

(b) Sei $B := \bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$. Ziegen Sie, daß $\overline{B} \supset \bigcup_{j=1}^{\infty} \overline{A_j}$. Zeigen Sie, durch ein Gegenbeispiel, daß Gleichheit nicht immer gilt.

Abgabe bis *Donnerstag 19.05.2005*, *11.15* **Uhr in den MPIIA Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek.**
Unter `http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~sorensen` **sind die Blätter im Internet abrufbar.**

Sprechstunden:	**H. Steinlein:**	**Mo 10-11, Zimmer 318**
	T. Sørensen:	**Mi 14-15, Zimmer 335**