

Übungsblatt 5 zu MPIIA

Aufgabe 17: (4 Punkte) Man definiere

$$\begin{aligned}\delta : \quad \mathbb{R} \times \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto \arctan |x - y|\end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß δ auf \mathbb{R} eine zu der gewöhnlichen Betragsmetrik äquivalente Metrik ist.

Aufgabe 18: (4 Punkte) Sei (X, d) metrischer Raum, $A \subset X$ und $x \in X \setminus A$ mit $\text{dist}(x, A) = 0$. Zeigen Sie, daß x Randpunkt von A ist. Hierbei bezeichnet $\text{dist}(x, A) := \inf\{d(x, y) : y \in A\}$.

Aufgabe 19: (4 Punkte) Es sei (X, d) metrischer Raum mit der Eigenschaft, daß $X \setminus \{x\}$ kompakt ist für alle $x \in X$. Zeigen Sie, daß X endlich ist.

Aufgabe 20: (4 Punkte) Sei (X, d) metrischer Raum, und A_1, A_2, A_3, \dots Teilmengen von X .

- (a) Sei $B_n := \bigcup_{j=1}^n A_j$. Zeigen Sie, daß $\overline{B_n} = \bigcup_{j=1}^n \overline{A_j}$.
- (b) Sei $B := \bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$. Zeigen Sie, daß $\overline{B} \supset \bigcup_{j=1}^{\infty} \overline{A_j}$. Zeigen Sie, durch ein Gegenbeispiel, daß Gleichheit nicht immer gilt.

Abgabe bis Donnerstag 19.05.2005, 11.15 Uhr in den MPIIA Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek.

Unter <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~sorensen> sind die Blätter im Internet abrufbar.

Sprechstunden: H. Steinlein:	Mo 10-11, Zimmer 318
T. Sørensen:	Mi 14-15, Zimmer 335