Mathematisches Institut LMU
Prof. Dr. H. Steinlein 02.05.2005

Übungsblatt 4 zu MPIIA

Aufgabe 13: (4 Punkte) Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve, die ein Punkt der Peripherie des Einheitskreises durchläuft, wenn der Kreis auf einer Geraden eine Umdrehung abrollt.

Aufgabe 14: (4 Punkte) Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion

$$f : [0, \tfrac{\pi}{4}] \to \mathbb{R}, \quad f(x) := 1 - \ln \cos x.$$

Aufgabe 15: (4 Punkte) Die Gamma-Funktion $\Gamma : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ ist definiert durch $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$. Zeigen Sie durch partielle Integration

(a) $\forall x \in \mathbb{R}^+ : \; x\Gamma(x) = \Gamma(x+1)$.

(b) $\forall k \in \mathbb{N}_0 : \; \Gamma(k+1) = k!$.

Aufgabe 16: (4 Punkte) Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $I_n := \int_0^{\pi/2} (\sin x)^n dx$. Zeigen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$I_{2n} = \frac{\pi}{2} \prod_{j=1}^{n} \frac{2j-1}{2j}, \quad I_{2n+1} = \prod \frac{2j}{2j+1}.$$

Zusatzaufgabe, ohne Punkte: Zeigen Sie

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n\to\infty} \left(\prod_{j=1}^{n} \frac{4j^2}{4j^2-1} \right).$$

Abgabe bis Montag 09.05.2005, *11.15* Uhr in den MPIIA Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek.
Unter `http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~sorensen` **sind die Blätter im Internet abrufbar.**
Sprechstunden: H. Steinlein: Mo 10-11, Zimmer 318
T. Sørensen: Mi 14-15, Zimmer 335