

## Übungsblatt 4 zu MPIIA

**Aufgabe 13: (4 Punkte)** Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve, die ein Punkt der Peripherie des Einheitskreises durchläuft, wenn der Kreis auf einer Geraden eine Umdrehung abrollt.

**Aufgabe 14: (4 Punkte)** Berechnen Sie die Bogenlänge der Funktion

$$f : [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) := 1 - \ln \cos x.$$

**Aufgabe 15: (4 Punkte)** Die Gamma-Funktion  $\Gamma : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  ist definiert durch  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ . Zeigen Sie durch partielle Integration

(a)  $\forall x \in \mathbb{R}^+ : x\Gamma(x) = \Gamma(x+1).$

(b)  $\forall k \in \mathbb{N}_0 : \Gamma(k+1) = k!.$

**Aufgabe 16: (4 Punkte)** Für  $n \in \mathbb{N}_0$  sei  $I_n := \int_0^{\pi/2} (\sin x)^n dx$ . Zeigen Sie: Für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt

$$I_{2n} = \frac{\pi}{2} \prod_{j=1}^n \frac{2j-1}{2j}, \quad I_{2n+1} = \prod_{j=1}^n \frac{2j}{2j+1}.$$

Zusatzaufgabe, ohne Punkte: Zeigen Sie

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \prod_{j=1}^n \frac{4j^2}{4j^2 - 1} \right).$$

**Abgabe bis Montag 09.05.2005, 11.15 Uhr in den MPIIA Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek.**

**Unter <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~sorensen> sind die Blätter im Internet abrufbar.**

**Sprechstunden: H. Steinlein: Mo 10-11, Zimmer 318**

**T. Sørensen: Mi 14-15, Zimmer 335**