Mathematisches Institut LMU
Prof. Dr. H. Steinlein 25.04.2005

Übungsblatt 3 zu MPIIA

Ihre Lösungen sollten die Herleitungen der jeweiligen Stammfunktionen beinhalten (auf das bloße Verifizieren einer Stammfunktion durch Differerenzieren gibt es keine Punkte).

Aufgabe 9: (4 Punkte) Integrale der Form $\int f(\sin x, \cos x)dx$ lassen sich oft mit der Substitution $y = \tan\frac{x}{2}$ elementar berechnen, zumindest in Intervallen, in denen $\tan\frac{x}{2}$ definiert ist.

a) Zeigen Sie $\cos(x) = \frac{1-\tan^2(\frac{x}{2})}{1+\tan^2(\frac{x}{2})}$, wenn $\frac{x}{2} \neq (k+\frac{1}{2})\pi$ für $k \in \mathbb{Z}$ ist.

b) Berechnen Sie die Integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}, \qquad \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}.$$

Aufgabe 10: (4 Punkte) Sei $\gamma_n := \int_0^1 x^n e^{-x}\, dx$ für $n \in \mathbb{N}$.

a) Finden Sie durch partielle Integration eine Rekursionsformel für γ_n.

b) Finden Sie eine explizite Formel für γ_n.

Aufgabe 11: (4 Punkte) Entscheiden Sie mit Beweis, ob das uneigentliche Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(x^2)\, dx$$

existiert.

Aufgabe 12: (4 Punkte) Berechnen Sie Stammfunktionen auf geeigneten (d. h. den maximal möglichen) Intervallen zu folgenden Funktionen:

(a) $$f(x) = \frac{x}{x^2-2x+2}$$

(b) $$f(x) = \frac{3x^2-3x-2}{x^3-x^2-x+1}$$

Abgabe bis Montag 02.02.2005, *11.15* Uhr in den MPIIA Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek.
Unter `http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~sorensen` sind die Blätter im Internet abrufbar.
Sprechstunden: H. Steinlein: Mo 10-11, Zimmer 318
T. Sørensen: Mi 14-15, Zimmer 335