

Übungsblatt 3 zu MPIIA

Ihre Lösungen sollten die Herleitungen der jeweiligen Stammfunktionen beinhalten (auf das bloße Verifizieren einer Stammfunktion durch Differenzieren gibt es keine Punkte).

Aufgabe 9: (4 Punkte) Integrale der Form $\int f(\sin x, \cos x) dx$ lassen sich oft mit der Substitution $y = \tan \frac{x}{2}$ elementar berechnen, zumindest in Intervallen, in denen $\tan \frac{x}{2}$ definiert ist.

- a) Zeigen Sie $\cos(x) = \frac{1 - \tan^2(\frac{x}{2})}{1 + \tan^2(\frac{x}{2})}$, wenn $\frac{x}{2} \neq (k + \frac{1}{2})\pi$ für $k \in \mathbb{Z}$ ist.
- b) Berechnen Sie die Integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}, \quad \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}.$$

Aufgabe 10: (4 Punkte) Sei $\gamma_n := \int_0^1 x^n e^{-x} dx$ für $n \in \mathbb{N}$.

- a) Finden Sie durch partielle Integration eine Rekursionsformel für γ_n .
- b) Finden Sie eine explizite Formel für γ_n .

Aufgabe 11: (4 Punkte) Entscheiden Sie mit Beweis, ob das uneigentliche Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(x^2) dx$$

existiert.

Aufgabe 12: (4 Punkte) Berechnen Sie Stammfunktionen auf geeigneten (d. h. den maximal möglichen) Intervallen zu folgenden Funktionen:

- (a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 2}$
- (b) $f(x) = \frac{3x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$

Abgabe bis Montag 02.02.2005, 11.15 Uhr in den MPIIA Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek.

Unter <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~sorensen> sind die Blätter im Internet abrufbar.

Sprechstunden: H. Steinlein: Mo 10-11, Zimmer 318
T. Sørensen: Mi 14-15, Zimmer 335