

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II

Abgabetermin: Montag, 12.07.2004, 14.00 Uhr
(Übungskasten vor der Bibliothek oder in der Übung)

Aufgabe 1 (4 Punkte): Man invertiere mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (8 Punkte): Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -7 & -3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Determinante, das charakteristische Polynom sowie alle Eigenwerte mit zugehörigen Eigenvektoren von A .

Aufgabe 3 (8 Punkte): Bei der Untersuchung der Symmetrieeigenschaften von Molekülen spielen solche Matrizen A eine Rolle, die mindestens einen Fixpunkt haben: $Ax = x$. Man gebe die Menge der Fixpunkte der folgenden Matrix an:

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \varphi \in [0, 2\pi].$$

Aufgabe 4 (4 Punkte): Bestimmen Sie alle Matrizen $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$, die mit $A =$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ vertauschbar sind, d. h. für die $AX = XA$ gilt.

(*Hinweis:* Lösen Sie hierzu das 4×4 -Gleichungssystem für a, b, c, d).

Aufgabe 5 (4 Punkte): Man berechne sämtliche Eigenwerte und Eigenvektoren von:

$$\text{a) } A := \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} ; \quad \text{b) } B := \begin{pmatrix} 11 & 16 \\ -6 & -9 \end{pmatrix}.$$

Sprechstunden :

Prof. Dr. W. Richert, Mo. 15⁰⁰ – 16⁰⁰ Uhr, Zi. 333.

Dr. T. Ø. Sørensen, Do. 12⁰⁰ – 13⁰⁰ Uhr, Zi. 335.

I. Hoffmann, Mo. 12⁰⁰ – 13⁰⁰ Uhr, Zi. 235.