

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II

Abgabetermin: Montag, 21.06.2004, 14.00 Uhr
(Übungskasten vor der Bibliothek oder in der Übung)

Aufgabe 1 (6 Punkte):

Seien $a := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $b := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $c := \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$, $d := \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Man prüfe die lineare Unabhängigkeit von

- a) a, b, c b) b, c, d c) a, c, d .

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Man löse mit dem Gauß'schen Algorithmus:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \underline{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 (6 Punkte):

Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} := \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

- a) Man bestimme den Rang der Matrix A .
b) Man berechne mit dem Gauß'schen Algorithmus alle Lösungen der Gleichung $A\underline{x} = \underline{b}$.
c) Man gebe alle Lösungen der Gleichung $A\underline{x} = \underline{0}$ an.

Aufgabe 4 (8 Punkte) :

Man prüfe, ob die folgenden Mengen lineare Unterräume sind:

- a) $\underline{a} \in \mathbb{R}^2$, $\underline{a} \neq \underline{0}$, $\underline{b} \in \mathbb{R}^2$: $\{\underline{a} + t\underline{b} \mid t \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$.
b) $\underline{a}, \underline{b} \in \mathbb{R}^3$: $\{t\underline{a} + s\underline{b} \mid s, t \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^3$.
c) $A \in \mathbb{R}^{5,5}$: $\{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 \mid A\underline{x} = \underline{0}\} \subset \mathbb{R}^5$.
d) $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \in \mathbb{R}^3$: $\{r\underline{a} + s\underline{b} + t\underline{c} \mid r, s, t \in \mathbb{R}_0^+ ; r + s + t = 1\}$.

Sprechstunden :

Prof. Dr. W. Richert, Mo. 15⁰⁰ – 16⁰⁰ Uhr, Zi. 333.
Dr. T. Ø. Sørensen, Do. 12⁰⁰ – 13⁰⁰ Uhr, Zi. 335.
I. Hoffmann, Mo. 12⁰⁰ – 13⁰⁰ Uhr, Zi. 235.