MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. W. Richert / Dr. T. Ø. Sørensen

SoSe 2004
- Blatt 2 -
03.05.2004

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler II

Abgabetermin: Montag, 10.05.2004, 14.00 Uhr
(Übungskasten vor der Bibliothek oder in der Übung)

Aufgabe 1 (1+1+3+1+1+3 Punkte):

a) Berechnen Sie die euklidische Norm des Vektors $(7, 2, 8, 4, 6) \in \mathbb{R}^5$.

b) Berechnen Sie den euklidische Abstand der Punkte $(3, 1, 7), (7, 5, 2) \in \mathbb{R}^3$.

c) Zeigen Sie, daß durch die Abbilding

$$|\quad|_{\max} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, \qquad (x_1, \ldots, x_n) \mapsto \max\left\{|x_i| \;\middle|\; 1 \leq i \leq n\right\}$$

eine Norm auf $\mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$, definiert ist.

d) Berechnen Sie $|x|_{\max}$ für die Vektoren $(4, -9, 2, -3, 7, 6) \in \mathbb{R}^6$ und $(-7, -4, 6, 10, 3) \in \mathbb{R}^5$.

e) Berechnen Sie den durch $|\quad|_{\max}$ definierte Abstand der Punkte $(7, 3, -1, 2)$, $(-5, 1, 9, 4) \in \mathbb{R}^4$.

f) Stellen Sie die Einheitskugeln $K := \left\{x \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; |x| < 1\right\}$ und $K_{\max} := \left\{x \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; |x|_{\max} < 1\right\}$ graphisch dar (hier ist $|\quad|$ die euklidische Norm).

Aufgabe 2 (4+4+1 Punkte): Sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Seien $a, b \in \mathbb{R}$ beliebig (aber *fixiert*) und seien $g_a, h_b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die zwei Funktionen (je von nur eine Variable) definiert durch

$$g_a(y) = f(a, y) \qquad , \qquad h_b(x) = f(x, b).$$

Zeigen Sie daß sowohl g_a als h_b stetigen Funktionen in ganz $\mathbb{R}$ sind. (*Hinweis:* auf 0 achten!)

b) Zeigen Sie, daß $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *nicht* Stetig ist. (*Hinweis:* suchen Sie eine Folge $\{(x_n, y_n)\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathbb{R}^2$ so daß $(x_n, y_n) \to (0, 0), n \to \infty$, aber $f(x_n, y_n) \not\to f(0, 0), n \to \infty$).

c) Ist die folgende Aussage gültig? Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Für alle $a \in \mathbb{R}$ und alle $b \in \mathbb{R}$ seien die Funktionen

$$g_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad y \mapsto f(a, y) \qquad , \qquad h_b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x, b)$$

stetig in ganz $\mathbb{R}$. Dann ist auch f stetig in ganz $\mathbb{R}^2$.

Sprechstunden :

Prof. Dr. W. Richert, Mo. $15^{00} - 16^{00}$ Uhr, Zi. 333.
Dr. T. Ø. Sørensen, Do. $12^{00} - 13^{00}$ Uhr, Zi. 335.
I. Hoffmann, Di. $12^{00} - 13^{00}$ Uhr, Zi. 235.