Mathematisches Institut
Universität München

Prof. Dr. Nikita Geldhauser
10.01.2024 WiSe 2023/24

Algebraische Geometrie 1
Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Finde eine 2×4-Matrix mit maximalen Minoren 1, 2, 1, 1, 2, 3. Benutze dabei die Plücker-Koordinaten.

Aufgabe 2. Sei X eine glatte Hyperfläche in $\mathbb{P}^n$ über einem algebraisch abgeschlossenen Körper, $n \geq 2$.
Zeige: X ist irreduzibel. Finde ein Gegenbeispiel für diese Aussage im affinen Fall.

Aufgabe 3. Seien K ein algebraisch abgeschlossener Körper, $f_1, \ldots, f_s \in K[x_1, \ldots, x_n]$, $X = V(f_1, \ldots, f_s) \subset \mathbb{A}^n$ eine affine Varietät mit $\dim X = r$ und $a \in X$.
Zeige: X ist glatt im Punkt a, wenn der Rang der $s \times n$-Matrix $\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(a)\right)_{i,j}$ mindestens $n - r$ ist. Zeige ferner, dass die Umkehrung dieser Aussage im Allg. falsch ist.