Mathematisches Institut Universität München

Prof. Dr. Nikita Geldhauser

17.04.2024 SoSe 2024

Algebraische Geometrie 2
Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Seien X ein topologischer Raum, $p \in X$ ein Punkt und A eine abelsche Gruppe. Definiere eine Garbe $\mathcal{F}$ als

$$\mathcal{F}(U) = \begin{cases} A, & \text{falls } p \in U; \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

für jede offene Teilmenge U von X. Diese Garbe heißt Wolkenkratzer-Garbe.
Prüfe, dass $\mathcal{F}$ tatsächlich eine Garbe ist, und berechne explizit die Halme $\mathcal{F}_x$ für alle $x \in X$.

Aufgabe 2. Seien X ein topologischer Raum, A eine abelsche Gruppe und $\mathcal{G}$ die konstante Prägarbe definiert als $\mathcal{G}(U) = A$ für jede nicht-leere offene Teilmenge U von X.
Berechne explizit die assoziierte Garbe $\mathcal{G}^+$. Die Garbe $\mathcal{G}^+$ heißt konstante Garbe auf X assoziiert mit A.

Aufgabe 3. Seien X ein topologischer Raum, $p \in X$ ein Punkt und A eine abelsche Gruppe. Sei $i \colon \overline{\{p\}} \to X$ die Einbettung vom Abschluss von $\{p\}$ in X. Sei $\mathcal{G}$ die konstante Garbe auf $\overline{\{p\}}$ assoziiert mit A.
Zeige: Das direkte Bild $i_*(\mathcal{G})$ ist die Wolkenkratzer-Garbe aus der Aufgabe 1.