

Übungen zur Vorlesung „Logik II“

Aufgabe 9. Beweisen Sie $\vdash (\neg\neg A \rightarrow A) \rightarrow \perp \rightarrow A$, und geben Sie den zugehörigen Herleitungsterm an.

Aufgabe 10. Geben Sie Herleitungen an für

- (a) $(\neg\neg A \rightarrow A) \rightarrow (\neg\neg B \rightarrow B) \rightarrow \neg\neg(A \wedge B) \rightarrow A \wedge B$,
- (b) $(A \tilde{\vee} B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$,
- (c) $(\neg\neg C \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow A \tilde{\vee} B \rightarrow C$,
- (d) $(\perp \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B \tilde{\vee} C) \rightarrow (A \rightarrow B) \tilde{\vee} (A \rightarrow C)$,
- (e) $(A \rightarrow B) \tilde{\vee} (A \rightarrow C) \rightarrow A \rightarrow B \tilde{\vee} C$.

Aufgabe 11. Wir betrachten das \rightarrow -Fragment der Minimallogik. Dann sind Herleitungen gegeben durch

$$\text{Der} ::= u^A \mid (M^{A \rightarrow B} N^A)^B \mid (\lambda_{u^A} M^B)^{A \rightarrow B}.$$

Weiter definieren wir

$$\text{SN} ::= u^A \vec{M} \mid \lambda_u M \mid (\lambda_v M) N \vec{L}$$

wobei $M \vec{N} := (\dots ((MN_1)N_2) \dots N_n)$ mit $n \geq 0$. Beweisen Sie

- (a) $M, N_1, \dots, N_n \in \text{Der} \rightarrow M \vec{N} \in \text{Der}$.
- (b) $\text{Der} \subseteq \text{SN}$.
- (c) $\text{SN} \subseteq \text{Der}$.

Abgabe. Mittwoch, 12. Mai 2021.