

Übungen zur Vorlesung „Diskrete Strukturen“

Aufgabe 13. Man berechne die größten gemeinsamen Teiler von 1960 und 252, und auch von 165 und 182, und zwar

- (a) nach dem euklidischen Algorithmus, und
- (b) durch Primfaktorzerlegung.

Aufgabe 14. Welche der folgenden Strukturen sind Gruppen? Begründen Sie Ihre Antwort im negativen Fall; im positiven Fall geben Sie die Einheit und das Inverse an.

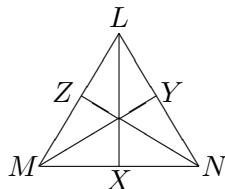
- (a) Die rationalen Zahlen mit der Multiplikation.
- (b) Die positiven rationalen Zahlen mit der Multiplikation.
- (c) Die positiven rationalen Zahlen mit der Division.
- (d) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ mit der Multiplikation modulo 8.
- (e) $\{1, 3, 5, 7\}$ mit der Multiplikation modulo 8.
- (f) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ mit der Multiplikation modulo 14.

Aufgabe 15. Sei $G = \{g_1, \dots, g_n\}$ eine endliche Gruppe. Die Multiplikation kann man in einer Gruppentafel explizit aufschreiben:

\cdot	g_1	g_2	\cdots	g_n
g_1	$g_1 g_1$	$g_1 g_2$	\cdots	$g_1 g_n$
g_2	$g_2 g_1$	$g_2 g_2$	\cdots	$g_2 g_n$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
g_n	$g_n g_1$	$g_n g_2$	\cdots	$g_n g_n$

- (a) Man zeige, daß in jeder Zeile und in jeder Spalte jedes Element von G genau einmal vorkommt.
- (b) Wie findet man in der Gruppentafel schnell das Inverse eines Elements?
- (c) Was bedeutet es für die Gruppentafel, daß G abelsch ist?

Aufgabe 16. Wir betrachten die 2-dimensionale Figur



Unter einer *Symmetrie* verstehen wir eine euklidische (d.h. Längen und Winkel erhaltende) Abbildung der Ebene in sich, die das Dreieck in sich abbildet. Es gibt 6 Symmetrien: die Identität I , zwei Drehungen R, S um 120 Grad im oder gegen den Uhrzeigersinn, und drei Spiegelungen A, B, C an den Geraden LX, MY und NZ . Man zeige durch Angabe der Gruppentafel, daß $\{I, R, S, A, B, C\}$ mit der Komposition eine nicht-abelsche Gruppe bildet.

Abgabe. Dienstag, 27. Mai 2008, 14:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock