Mathematisches Institut
der Universität München
Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2008
Blatt 3

Übungen zur Vorlesung „Diskrete Strukturen"

Aufgabe 9. Sei a_n die n-te Fibonacci-Zahl. Man beweise durch Induktion über r

$$0 \leq r \leq n-1 \to a_n = a_r a_{n-r-1} + a_{r+1} a_{n-r}$$

und folgere hieraus, daß a_n ein Teiler von a_{2n} ist.

Aufgabe 10. Wir nehmen an, daß es nur weiße und scharze Schafe gibt, und behaupten:

> Jede Herde von Schafen besteht entweder nur aus weißen oder nur aus schwarzen Schafen.

„Beweis". Induktion über die Anzahl n der Schafe in der Herde. *Basis.* Für $n = 0$ (und auch für $n = 1$) ist die Behauptung richtig. *Schritt* $n \mapsto n+1$: Gegeben seien $n+1$ Schafe. Nehmen wir eines, S_1, heraus. Die restliche Herde ist nach IH einfarbig, etwa schwarz. Ist S_1 auch schwarz, sind wir fertig. Ist S_1 weiß, so stellen wir es in die Herde zurück und nehmen ein schwarzes heraus; wir nennen es S_2. Die Herde ohne S_2 enthält jetzt neben allen restlichen schwarzen Schafen das weiße S_1; sie müßte aber nach IH wieder einfarbig sein. Wir erhalten also einen Widerspruch, d.h., dieser Fall kann nicht eintreten und unser „Beweis" ist fertig. $\square$

Wo ist der Fehler?

Aufgabe 11. (a) Man berechne die Darstellung von 893 im Nonal-System (also zur Basis $b := 9$).
(b) Man berechne die Darstellungen von 2008 im Binär-, Oktal- und Hexadezimal-System.

Aufgabe 12. (a) Man beweise: Zu beliebigen natürlichen Zahlen n, m mit $n > m$ gibt es $k, l \in \mathbf{N}$ mit $\mathrm{ggT}(n, m) = |nk - ml|$. (*Hinweis.* Wertverlaufsinduktion nach n.)
(b) Man folgere daraus: Sind n und q teilerfremd und gilt $q \mid nm$, so folgt $q \mid m$.

Abgabe. Dienstag, 20. Mai 2008, 14:15 Uhr, Briefkasten im 1. Stock