MIA – Präsenzübungen 1.11 – 3.11.2006

Bitte beachten: Keinesfalls müssen alle Aufgaben abgearbeitet werden. Es handelt sich nur um Vorschläge, die zur Auswahl stehen. Was zu schwierig erscheint, kann gerne fortgelassen oder modifiziert werden.

1. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, vier paarweise verschiedene vorgegebene Ziffern aus der Menge $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ zufällig auszuwählen. (Gleichzeitig auswählen!)

2. Ergibt sich die gleiche Wahrscheinlichkeit, wenn nacheinander gezogen wird (oder nacheinander gezogen und wieder zurückgelegt wird)?

3. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, die Ziffern $1, 2, 3, 4$ nacheinander in dieser (aufsteigenden) Reihenfolge aus der Menge $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ zufällig auszuwählen.

4. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, aus der Menge $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ vier Ziffern nacheinander so auszuwählen, dass sie aufsteigend angeordnet sind.

5. Die vorangehenden Aufgaben betrachte man für die Wahl von k Elementen einer n-elementigen Menge ($k \leq n$).

6. Man leite das Kommutativgesetz der Multiplikation direkt aus den Peanoaxiomen ab.

7. $x^{n+m} = x^n x^m$, $(x^n)^m = x^{nm}$, gilt jeweils für welche x, n, m? Beweis.

8. Beweise: Jede nach oben beschränkte Menge $B \subset \mathbb{N}$ hat ein größtes Element.

9. Beweisen oder widerlegen Sie: Für beliebige positive reelle Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ gilt

   $(\sum_1^n x_k)(\sum_1^n \frac{1}{x_k}) \geq n^2$.

10. Beweisen oder widerlegen Sie: Für beliebige reelle Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_n, y_1, y_2, \ldots, y_n$ gilt stets

    $(\sum_{k=1}^n x_k y_k)^2 \leq (\sum_{k=1}^n x_k)^2 (\sum_{k=1}^n y_k)^2$.