

Lehrbuchliteratur zur Vorlesung Funktionentheorie

1. Deutsche Lehrbücher:

Sehr gute Lehrbücher bzw. Vorlesungsmitschriften in deutscher Sprache, die den Stoff der Vorlesung abdecken sind [BF, FL, Ja, Le1, Lo, Re1].

Dabei gefallen mir seit längerer Zeit die beiden Bücher [BF, Re1] besonders gut, und zwar gerade, wenn man sie beide zusammen und damit sich gegenseitig ergänzend studiert. Zum einen wegen der Darstellung und der Stoffauswahl, zum anderen auch wegen der historischen Bemerkungen vor allem in [Re1].

[BF] enthält wesentlich mehr, als den Stoff unserer einsemestrigen Vorlesung, der in etwa in der ersten Hälfte abgehandelt wird. Die wesentlichen Aussagen und Darstellungen unserer Vorlesung finden sich dort wieder, zumeist auch in einer sehr ähnlichen Formulierung, allerdings in einer anderen Reihenfolge. Potenzreihen allerdings kommen ein wenig kurz in [BF].

[Re1] dagegen ist nicht ausreichend für unseren Vorlesungsstoff, dazu muss man dann [Re2] oder eben [BF] ergänzend heranziehen. [Re1] geht aber besonders gut auf die verschiedenen Ausprägungen des Holomorphiebegriffes ein. Insgesamt ist zum Lernen die Wahl der Bücher [BF, Re1, Re2] sicherlich eine sehr gute Wahl.

[Ja] ist sehr knapp und elegant geschrieben, der Anfänger läuft aber Gefahr, wesentliche Argumente zu verpassen. Der Umfang des in [Ja] behandelten Stoffes entspricht dem der aktuellen Vorlesung, allerdings wird der Abbildungssatz von Riemann nicht behandelt, dafür wird aber eine erste Einführung in die Theorie der Riemannschen Flächen gegeben.

[FL] verwendet leider die Begriffe Homologie und Homotopie in ungewöhnlicher Weise, was verwirren kann, wenn man von den sonst üblichen Begriffen ausgeht.

[Le1] ist (wie [Wi], [Fo] und [CC]) in München entstanden und beginnt sofort mit der Integration längs Kurven, um auf diese Weise sehr bald den lokalen Cauchyschen Integralsatz zur Verfügung haben. Das ist ein ökonomischer Aufbau der Theorie, der auch in vielen anderen Lehrbüchern verwendet wird.

Das Buch [Lo] ist schließlich eine weitere schöne Alternative zu den genannten Lehrbüchern.

2. Englischsprachige Lehrbücher:

An englischsprachigen Lehrbüchern habe ich aus der großen Fülle von Möglichkeiten die folgenden ausgewählt: [Bu, Co1, GK, La, Ma, Pal].

Hervorragende englische Lehrbücher sind [Co1] und [La]. Sie sind klar, elegant und ökonomisch im Stil sowie in der Auswahl des Stoffes und das auf hohem Niveau. Der behandelte Stoff ist etwas umfassender als der in unserer aktuellen Vorlesung. [Co1] ist in seiner Orientierung stark auf die reelle Analysis ausgerichtet. [La] dagegen baut sehr lange (noch etwas länger als in unserer Vorlesung) auf den Potenzreihenansatz auf. Eine extreme Position wird in dieser Hinsicht in [Hei] bezogen, in

diesem Buch wird versucht, die gesamte Komplexe Analysis einer Veränderlichen nur mit Potenzreihenmethoden zu entwickeln. Ausführlicher als die ersten beiden genannten beiden Lehrbücher ([Co1],[La]) und mit vielen Beispielen und Zeichnungen versehen ist [Pal], dafür wird etwas weniger Stoff behandelt, – etwa im Umfang der aktuellen Vorlesung. Dieses Lehrbuch mag manchen Studierenden gefallen, weil es gründlich auf die jeweiligen Voraussetzungen und auf die verwendeten Resultate eingeht und auch viele Übungen beisteuert. [Ma] ist knapper geschrieben als [La] und [Co1], und das Buch behandelt auch weniger an Stoff, allerdings genug im Vergleich zum Stoff unserer Vorlesung. Das Lehrbuch [GK] ist im Aufbau und Stoff recht ähnlich wie meine Vorlesung (von allen genannten Büchern erscheint es mir am Ähnlichsten). Ich habe allerdings noch nicht mit diesem Buch gearbeitet, kenne es also nicht im Detail. Das Werk [Bu] ist weniger ein Lehrbuch als ein Kompendium: Man findet eine reiche Auswahl an vielen Sätzen und Beispielen, zum Teil in Form von Übungen, die in den anderen Büchern mangels Platz zu kurz kommen.

3. Klassiker:

Aus der umfangreichen Literatur verweise ich auf die folgenden Fünf: [BS, CC, CH, Hu, We2]

Das Buch [CH] von H. Cartan bringt das Wesentliche der Funktionentheorie in einer komplexen Veränderlichen und schafft auf elegante Weise zugleich den Übergang zur Theorie der analytischen Funktionen in mehreren Veränderlichen. Der Klassiker [BS] von Behnke und Sommer beschränkt sich auf eine Dimension. Das Buch vermittelt den Stil, in dem man vor 80 Jahren das Gebiet der Funktionentheorie dargestellt hat. Im Vergleich zu den bereits genannten Lehrbüchern ist [BS] im großen und ganzen recht anspruchsvoll. Details sind oft nicht ausgeführt, es wird auch an die Anschauung appelliert. Das ist allerdings gerade auch eine Stärke der klassischen Funktionentheorie, dass sie weniger formal ist. Das Buch führt wesentlich weiter als die einführenden Bücher, die ich bisher genannt habe, insbesondere zu den Riemannschen Flächen mit weitgehenden Resultaten; es könnte daher auch im übernächsten Abschnitt stehen. Das Werk [CC] ist im Stil moderner, der erste Band kann durchaus mit den in Abschnitt 1 genannten Büchern konkurrieren. Sehr interessant sind auch die Klassiker von Hurwitz [Hu] und von Weyl [We2], beide Lehrbücher, die älter als all die anderen genannten Bücher sind, und die doch sehr moderne Aspekte aufweisen. In einer wesentlich erweiterten 4. Auflage ist das Buch von Hurwitz 1964 unter dem Titel *Funktionentheorie* unter Mitwirkung von Courant und Röhrl erschienen.

4. Besondere Aspekte:

Nicht unmittelbar zum Lehrstoff gehören verschiedene interessante in [FH, Hei, Her, Ne, Ti] behandelten Aspekte.

Es werden zwei Repetitorien [Her, Ti] genannt, die vor allem für die Lehramtler interessant sind. Und die interessante Monographie [Hei], in dem der Weierstrasssche Standpunkt sehr weit aufrecht erhalten wird, ohne von der Integration Gebrauch zu machen. Des weiteren verweise ich auf das Buch [Ne], das die Anschauung sehr schön unterstützt, und auf die Ansätze in [FH], Funktionentheorie mit Maple zu machen. Hier kommt der eigentliche Stoff naturgemäß viel zu kurz.

5. Weiterführende Literatur:

An weiterführender Literatur ist [Ap, BS, Co2, Ed, Fo, Le2, Na, Pat, Re2, Wi] aufgelistet.

Sie fängt bei den zweiten Bänden [Co2, Re2, Le2] zu [Co1, Re1, Le1] an: Hier wird die Theorie ohne spezielles Thema weitergeführt. Zur analytischen Zahlentheorie im allgemeinen und zur Zetafunktion im besonderen seien die schönen Bücher [Ap] und [Ed, Pat] genannt; zu den Riemannschen Flächen [Fo] als systematische Einführung und [Wi] zu einigen spezielleren Aspekten, neben [BS] aus der klassischen Sicht. In [Na] wird die Funktionentheorie in einer Veränderlicher in interessanter Weise ganz unter dem Blickwinkel der entsprechenden Theorie in mehreren Veränderlichen entwickelt.

6. Historisches:

Abschließend verweise ich auf zwei Werke zur neueren Geschichte der Mathematik in der die Funktionentheorie eine prominente Rolle spielt: [Di] zur gesamten Mathematikentwicklung 1700–1900 mit dem Beitrag [Ho] zu elliptischen Funktionen und Abelschen Integralen und [Eb] zu Zahlen mit dem Beitrag [RK] zu den komplexen Zahlen. Für die Funktionentheorie sehr wichtig ist außerdem das Buch [We] von Hermann Weyl.

LITERATUR

- [1] **Deutsche Standardlehrbücher:**
 [BF] Busam, R., Freitag, E.: Funktionentheorie. Springer, 1993.
 [FL] Fischer, W., Lieb, L.: Funktionentheorie. Vieweg, Braunschweig Wiesbaden, 1992.
 [Ja] Jänich, K.: Funktionentheorie. Eine Einführung. 3. Aufl., Springer, 1993.
 [Le1] Leutbecher, A.: Vorlesungen zur Funktionentheorie I. Mathematisches Institut der TUM, München, 1990.
 [Lo] Lorenz, F.: Funktionentheorie. Spektrum, Akad. Verl., Heidelberg, 1997.
 [Re1] Remmert, R.: Funktionentheorie I. 3. Aufl., Springer, 1992.
- [2] **Englischsprachige Lehrbücher:**
 [Bu] Burckel, R.B.: An Introduction to Classical Complex Analysis, vol. I. Birkhäuser, Basel Stuttgart, 1979.
 [Co1] Conway, J.B.: Functions of One Complex Variable. Springer, 1978.
 [GK] Gilman, J., Kra, I., Rodriguez, R.E., Bers, L.: Complex Analysis: In the Spirit of Lipman Bers. Springer, 2007.
 [La] Lang, S.: Complex Analysis. 3rd edn., Springer, 1993,
 [Ma] Mackey, George W.: Lectures on the theory of functions of a complex variable. Van Nostrand, Princeton, 1967.
 [Pal] Palka, B.P.: An Introduction to Complex Function Theory: Springer, 1991.
- [3] **Klassiker:**
 [BS] Behnke H., Sommer F.: Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen. Springer, 1976.
 [CC] Carathéodory, C.: Funktionentheorie, Bd. I und II. Birkhäuser, 1950.

- [CH] Cartan, H., Elementare Theorie der analytischen Funktionen einer oder mehrerer komplexer Veränderlicher. Bibliographisches Institut-Hochschultaschenbücher, Mannheim Wien Zürich, 1966.
- [Hu] Hurwitz, A.: Vorlesungen über allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen. neu herausgegeben von R. Remmert, Springer, 2000.
- [We2] Weyl, H.: Einführung in die Funktionentheorie. Ausarbeitung der Mitschrift einer Vorlesung von 1910/1911, herausgegeben von R. Meyer und S.J. Patterson Springer, 2009.
- [4] **Besonderheiten**
- [FH] Forst, W., Hoffman, D.: Funktionentheorie erkunden mit Maple. Springer, 2002.
- [Hei] Heins, M.: Complex Function Theory. Academic Press, 1968.
- [Her] Herz, A., Repetitorium Funktionentheorie. Vieweg, 1996.
- [Ne] Needham, Tristan: Anschauliche Funktionentheorie. Oldenbourg, 2001.
- [Ti] Timmann, S.: Repetitorium der Funktionentheorie, Springer, 1998.
- [5] **Weiterführende Literatur:**
- [Ap] Apostol, T.M.: Introduction to Analytic Number Theory. 2nd edn., Springer, 1984.
- [Co2] Conway, John B.: Functions of one complex variable II. Springer, 1995.
- [Ed] Edwards, H.M.: Riemann's Zeta-Funktion. Clarendon Press, New York London, 1974.
- [Fo] Forster, O.: Riemannsche Flächen, Springer, 1977.
- [Le2] Leutbecher, A.: Vorlesungen zur Funktionentheorie II. Mathematisches Institut der TUM, München, 1991.
- [Na] Narasimhan, R.: Complex Analysis in One Variable, Birkhäuser, 1985.
- [Pat] Patterson, S.J.: An introduction to the theory of the Riemann zeta-function. Cambridge University Press, 1988.
- [Re2] Remmert, R.: Funktionentheorie II. Springer, 1992.
- [Wi] Wiegmann, K.-W.: Funktionentheorie II. LMU München, 1977.
- [6] **Historisches:**
- [Di] Dieudonné, J.: Geschichte der Mathematik 1700-1900. Vieweg, 1985.
- [Eb] Ebbinghaus, H.-D. et al.: Zahlen. 3. Aufl., Springer, 1992,
- [Ho] Houzel, C.: *Elliptische Funktionen und Abelsche Integrale*. In: Geschichte der Mathematik 1700–1900, Dieudonné, J., Vieweg, 422–540, 1985.
- [RK] Remmert, R.: *Komplexe Zahlen*. In: Zahlen, 3. Aufl., Ebbinghaus, H.-D., Springer, Kapitel 3, 1992.
- [We] Weyl, H.: Die Idee der Riemannschen Fläche. 4. Aufl., Teubner, 1964,