MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 4
13.11.2019

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. *(Frühjahr 2019, Thema 1, Aufgabe 4)*
   Auf der Menge
   $$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \geq 0, y \geq 0 \ \text{ und } \ x^2 + y^2 \leq 2\}$$
   werde die Funktion $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$ mit
   $$f(x, y) = x^2 + y^2 - x - y$$
   betrachtet. Man bestimme die globalen Extremstellen von f auf D.

2. *(Frühjahr 2019, Thema 2, Aufgabe 4)*
   Sei
   $$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \leq x \leq 1, \ 1 \leq y \leq e^x\}$$
   und $f : K \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch
   $$f(x, y) = x - 2xy + \ln(y).$$
   a) Skizzieren Sie K.
   b) Bestimmen Sie die globalen Extremalstellen von f auf K.

3. *(∼Frühjahr 2013, Thema 2, Aufgabe 5)*
   Sei
   $$D := \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}, \ \cos x \leq y \leq \sin x\right\}.$$
   Skizzieren Sie diese Menge und bestimmen Sie alle globalen Extremstellen der Funktion
   $$f : D \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = (y - \sin x) \cdot (y - \cos x).$$

4. *(Herbst 2014, Thema 1, Aufgabe 4)*
   Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch
   $$f(x, y) = x^4 - 3\,x^2\,y + y^2.$$
   a) Zeigen Sie, daß für alle $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ die Funktion
   $$g(t) = f(ta, tb)$$
   ein lokales Minimum in $t = 0$ hat.
   b) Zeigen Sie, daß f kein lokales Minimum in $(0, 0)$ hat.

Abgabe bis 20.11.2019, 14:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).