MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 9
21.12.2018

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. In $\mathrm{Pol}_3(\mathbb{R})$ seien die Vektoren

$$p_1(x) = 1 + x + x^2\ , \qquad p_2(x) = x - x^2 + x^3\ , \qquad p_3(x) = 1 - x - x^2 - x^3,$$

sowie für $\alpha \in \mathbb{R}$ der Vektor $q(x) = 2 + \alpha x + x^2$ gegeben.
Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt

$$q(x) \in \langle p_1(x), p_2(x), p_3(x) \rangle\ ?$$

Schreiben Sie in diesem Fall (oder in diesen Fällen) $q(x)$ als Linearkombination von $p_1(x), p_2(x), p_3(x)$.

2. Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^4$ seien

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix},\ v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix},\ v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ sowie } u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ und } w = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie alle Vektoren $v \in \mathbb{R}^4$, die Linearkombination von v_1, v_2, v_3 sind, und geben Sie für u und w gegebenenfalls eine solche an.

3. Gegeben seien die folgenden Untervektorräume des $\mathbb{R}^3$:

$$U := \operatorname{span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \qquad V := \operatorname{span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Bestimmen Sie einen Vektor $v \in \mathbb{R}^3$ mit $U \cap V = \mathbb{R} \cdot v$.

4. Im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ seien

$$v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad w_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Zeigen Sie, daß $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle w_1, w_2 \rangle$.

Abgabe bis 11.1.2019, 16:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).