MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 13
1.2.2019

Übungen zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. Für einen reellen Parameter $t \in \mathbb{R}$ sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} t & t^2 & t^3 \\ t^3 & t & t^2 \\ t^2 & t^3 & t \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -t & t \\ -t & -t & t \\ t & t & t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

gegeben.

   a) Bestimmen Sie alle $t \in \mathbb{R}$, für die A bzw. B invertierbar sind.

   b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $t \in \mathbb{R}$ den Rang von A und B.

2. *(Herbst 2007, Thema 1, Aufgabe 5)*

   Es sei M eine reelle $n \times n$–Matrix mit $M^2 = M$. Weiter sei $U \subset \mathbb{R}^n$ der Lösungsraum des linearen Gleichungssystems $M \cdot x = 0$ und $S \subset \mathbb{R}^n$ der von den Spalten der Matrix M erzeugte Untervektorraum. Zeigen Sie:

   a) Für alle $v \in \mathbb{R}^n$ ist $v - M \cdot v \in U$,

   b) $\mathbb{R}^n = U \oplus S$ (direkte Summe).

3. Sind die folgenden Abbildungen f linear? (Antwort mit Begründung!)

   a) $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - x_2 + 5x_3 \\ x_3 - 4x_1 \end{pmatrix}$

   b) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = |x_1 + x_2|$

   c) $f : \mathrm{Pol}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(p) = 3p(1)$

   d) $f : \mathbb{R}^{2\times 3} \longrightarrow \mathbb{R}^{3\times 2}, \quad f(A) = A^\top$

Keine Abgabe