MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 5
19.11.2018

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I"

1. Sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & 2 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 4}$.

   Bringen Sie mittels elementarer Zeilen- und Spaltenumformungen die Matrix A auf Äquivalenznormalform $\overline{A}$ und bestimmen Sie $F \in GL_3(\mathbb{R})$ und $G \in GL_4(\mathbb{R})$ mit
   $$\overline{A} = F \cdot A \cdot G.$$

2. Für den reellen Parameter $s \in \mathbb{R}$ ist die Matrix $A_s = \begin{pmatrix} 1 & s & s^2 \\ s^2 & 1 & s \\ s & s^2 & 1 \end{pmatrix}$ gegeben.

   a) Bestimmen Sie alle $s \in \mathbb{R}$, für welche die Matrix A_s invertierbar ist, und berechne in diesen Fällen die inverse Matrix A_s^{-1}.

   b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit vom Parameter $s \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $A_s \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Gegeben seien die Matrizen
   $$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

   a) Berechnen Sie $\det A$, $\det B$ und $\det C$ auf jeweils zwei verschiedene Arten.

   b) Berechnen Sie $\det(2A)$, $\det(A^2)$, $\det(B^{-1} \cdot C)$, sowie $\det(B + C)$.

4. Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ und
   $$A := \begin{pmatrix} a & c & b \\ b & a & c \\ c & b & a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

   a) Zeigen Sie: Ist $a + b + c = 0$, so ist A nicht invertierbar.

   b) Zeigen Sie: Ist A nicht invertierbar und $a = 0$, so gilt $a + b + c = 0$.

   c) Kann in b) auf die Voraussetzung $a = 0$ verzichtet werden?

Für die Tutorien vom 19.11. bis 23.11.18