MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, L. Ramzews

WS 2018/19
Blatt 4
12.11.2018

Tutorium zur Vorlesung „Lineare Algebra und analytische Geometrie I“

1. Für eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ gelte $2A^3 + 5A^2 + 2A - E_n = O$ (Nullmatrix!). Zeigen Sie, daß A invertierbar ist und geben Sie A^{-1} an.

2. a) Entscheiden Sie, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind, und geben Sie in diesen Fällen jeweils die inverse Matrix an:
$$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$
   b) Entscheiden Sie in Abhängigkeit von $s, t \in \mathbb{R}$, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind, und geben Sie in diesen Fällen jeweils die inverse Matrix an:
$$\begin{pmatrix}s & t\\ -t & s\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}s & t\\ t & s\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}s & t\\ -s & t\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}s & t\\ s & t\end{pmatrix}$$

3. a) Zeigen Sie, daß die Matrix
$$A = \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 3 & 0 & 0\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$
   invertierbar ist, berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1} und schreiben Sie A als Produkt von Elementarmatrizen.
   b) Untersuchen Sie die Matrix
$$A = \begin{pmatrix}0 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0 & 1\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$$
   auf Invertierbarkeit.

4. Bestimmen Sie alle $t \in \mathbb{R}$, für welche die Matrix
$$A_t = \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & t\\ t & 1 & 1\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$
   invertierbar ist, und geben Sie für diese t die inverse Matrix A_t^{-1} an.

Für die Tutorien vom 12.11. bis 16.11.18