Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. B. Pareigis

WS 2002/2003
Blatt 9

Algebra I

33. Sei $R := \mathbb{Z}[\sqrt{-5}] = \{a + b\sqrt{-5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$. Zeigen Sie:

    (a) Die Elemente 2, 3, $1 + \sqrt{-5}$ und $1 - \sqrt{-5}$ von R sind irreduzible Elemente, von denen keine zwei assoziiert sind.

    (b) Entscheiden Sie, ob R faktoriell ist.
    (Hinweis: Beachten Sie: $6 = 2 \cdot 3 = (1 + \sqrt{-5})(1 - \sqrt{-5})$.) (6)

34. Sei R ein Integritätsring und $x, a, b \in R$. Man zeige:

    (a) Ist x Produkt von Primelementen, so gibt es nur endlich viele Hauptideale von R, die x enthalten.

    (b) Genau dann besitzt das Paar a, b ein kleinstes gemeinsames Vielfaches, wenn für alle $r \in R$ das Paar ra, rb einen größten gemeinsamen Teiler besitzt. (6)

35. Zeigen Sie: Jeder endliche nullteilerfreie Ring ist ein Körper. (4)

36. Bestimmen Sie den Zerfällungskörper des Polynoms $x^4 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$. Geben Sie den Grad dieses Zerfällungskörpers über $\mathbb{Q}$ an. (4)

Abgabe: Dienstag, 21.1.2003, 11.15 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.
Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.