Mathematisches Institut **WS 2000/2001**
der Universität München **Blatt 9**
Prof. Dr. B. Pareigis

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

33. Sei V ein Vektorraum und U und W zwei Untervektorräume von V, so daß sich jeder Vektor $v \in V$ auf eindeutige Weise als Summe
$$v = u + w$$
mit $u \in U$ und $w \in W$ darstellen läßt. Sei B_U eine Basis von U und B_W eine Basis von W. Zeigen Sie, daß $B_U \cap B_W = \emptyset$ ist und daß $B_U \cup B_W$ eine Basis von V ist. (5)

34. Sei $f : V \to V$ ein Endomorphismus eines endlichdimensionalen Vektorraums. $U \subset V$ sei ein Untervektorraum von V, der mit dem Bild von f nur den Nullvektor gemeinsam hat. Zeigen Sie:
$$\dim(\mathrm{Ke}(f)) \geq \dim(U)$$
(6)

35. Definiere
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x/3 + 2y/3, x/3 + 2y/3)$$
   (a) Zeigen Sie, daß $f \circ f = f$ ist.
   (b) Bestimmen Sie Kern und Bild von f. Zeichnen Sie $\mathrm{Ke}(f)$ und $\mathrm{Bi}(f)$ in ein Koordinatenkreuz ein und beschreiben Sie anhand dieses Bildes die Abbildung f.

   (4)

36. Sei K ein Körper mit q Elementen. Zeigen Sie, daß die Zahl der Basisfamilien von K^n durch
$$(q^n - 1)(q^n - q)(q^n - q^2) \cdot \ldots \cdot (q^n - q^{n-1})$$
gegeben ist. (5)

Abgabe: Mittwoch, 17.1.2001, 12.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.