Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. B. Pareigis

WS 2000/2001
Blatt 3

Lineare Algebra und analytische Geometrie I

9. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Die ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ bilden mit der Subtraktion als Verknüpfung eine Gruppe. (3)

10. Seien R und S zwei Ringe.

    (a) Zeigen Sie, daß das kartesische Produkt $R \times S$ ein Ring ist, wenn man die Addition durch
    $$(r, s) + (r', s') := (r + r', s + s')$$
    und die Multiplikation durch
    $$(r, s) \cdot (r', s') := (r \cdot r', s \cdot s')$$
    definiert. (Hinweis: Geben Sie alle weiteren Strukturelemente, etwa das neutrale Element der Addition, der Multiplikation etc., explizit an. Überprüfen Sie, daß diese Elemente die verlangten Eigenschaften auch besitzen.) (4)

    (b) Zeigen oder widerlegen Sie: Sind R und S Körper, so ist auch $R \times S$ ein Körper. (Hinweis: Das Widerlegen einer Aussage erfordert immer die Angabe eines expliziten Gegenbeispiels, während es zum Beweis einer Aussage nicht genügt, sie an einem Beispiel zu überprüfen.) (4)

11. Zeigen Sie: Es gibt drei Elemente a, b, c mit $((a, b), c) \neq (a, (b, c))$. (Hinweis: Schreiben Sie $((a, b), c)$ unter Verwendung der Kuratowski - v. Neumann-Definition eines Paares explizit als Menge aus.) (3)

12. Sei G eine Gruppe, in der jedes Element zu sich selbst invers ist. Zeigen Sie, daß G kommutativ ist. (6)

Abgabe: Freitag, 10.11.2000, 9.00 Uhr, Übungskästen im 1. Stock des Mathematischen Instituts.