

Übungen zu Einführung in die Kategorientheorie

Aufgabe 33. Zeigen Sie: Wenn

$$\begin{array}{ccc} D & \xrightarrow{p_A} & A \\ p_B \downarrow & & \downarrow f \\ B & \xrightarrow{g} & C \end{array}$$

ein Pullback ist und f ein Monomorphismus ist, dann ist p_B ein Monomorphismus.

Aufgabe 34. Zeigen Sie, daß ein Kernpaar von $f : A \rightarrow B$ ein Limes ist.

Aufgabe 35. Sei in dem Diagramm

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{f_1} & B & \xrightarrow{f_2} & C \\ g_1 \downarrow & & \downarrow g_2 & & \downarrow g_3 \\ D & \xrightarrow{h_1} & E & \xrightarrow{h_2} & F \end{array}$$

$(B, (f_2, g_2))$ ein Pullback von (g_3, h_2) . Zeigen Sie: $(A, (f_2 f_1, g_1))$ ist genau dann ein Pullback von $(g_3, h_2 h_1)$, wenn $(A, (f_1, g_1))$ ein Pullback von (g_2, h_1) ist.

Aufgabe 36. Zeigen Sie: Wenn $\mathcal{F} : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ endliche Produkte und Differenzkerne erhält, dann erhält \mathcal{F} Pullbacks.