Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. B. Pareigis

SS 2000
Blatt 1

Übungen zu Einführung in die Kategorientheorie

Aufgabe 1. (1) Zeigen Sie, daß zu jedem Morphismus $f \in \mathcal{C}$ die Quelle $\mathrm{Qu}(f)$ und das Ziel $\mathrm{Zi}(f)$ eindeutig bestimmt sind.

(2) Zeigen Sie, daß für jedes Objekt $A \in \mathcal{C}$ der Morhismus 1_A eindeutig bestimmt ist.

(3) Zeigen Sie für $f, g, h \in \mathcal{C}$:
  (a) wenn $(fg)h$ definiert ist, dann ist auch $f(gh)$ definiert,
  (b) wenn fg und gh definiert sind, dann ist auch $f(gh)$ definiert.
  (Was bedeuted in diesem Falle der Ausdruck „definiert“?)

(Verwenden Sie für diese Aufgabe den Begriff der Kategorie $\mathcal{C}$ wie in Definition 1.3.)

Aufgabe 2. Sei $\mathcal{C} = \mathbb{N}$ und

$$\mathcal{C}(r, s) = \begin{cases} \{(r, s)\}, & \text{wenn } r/s, \\ \emptyset, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß $\mathcal{C}$ eine Kategorie (i.S.v. 1.5) ist.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, daß die beiden Definitionen 1.3 und 1.5 für Kategorien äquivalent sind.

Aufgabe 4. Eine Kategorie $\mathcal{C}$ ist genau dann ein Monoid, wenn $\mathrm{Ob}\,\mathcal{C}$ aus genau einem Element besteht.

Abgabe Dienstag, den 9.5.2000 11:15 Uhr in der Vorlesung