Mathematik für Naturwissenschaftler I

LMU München – Wintersemester 2014/2015

HAUSAUFGABENBLATT – WOCHE 03 (20.10.2014)

Die Hausaufgaben sind nicht teil der Endnote.
Die Lösungen werden in dem Tutorium der nächsten Woche besprochen.

Aufgabe 9. Mann bestimme die Grenzwerte der Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ für $n \to \infty$, mit

$$x_n \;=\; \frac{4n^3 - (n+2)^2}{(2n+2014)^3 - 7}\,.$$

Aufgabe 10. Berechne $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, mit

$$x_n \;=\; \frac{\sqrt{9n^8 + n^7 + 1}}{(3n^2+1)^2}\,.$$

Aufgabe 11. Mann bestimme die Grenzwerte der Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ für $n \to \infty$, mit

$$x_n \;=\; \sqrt[n]{3^n \cdot n^2}\,.$$

(*Hinweis:* Man benutze ohne Beweis $\sqrt[n]{n} \to 1$.)

Aufgabe 12. Sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ die Folge von Fibonacci, d. h. $x_1 = x_2 = 1$, $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$ für $n \geqslant 3$. Ferner definieren wir die reellen Zahlen $q := \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ und $r := \frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$. Man zeige, dass

$$x_n \;=\; \frac{1}{\sqrt{5}}\big(q^n - r^n\big)\,, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{$\bullet$}$$

gilt, und zwar in zwei Schritten (Induktionsbeweis)

(i) Gleichung ($\bullet$) gilt für $n = 1$ und $n = 2$

(ii) Gleichung ($\bullet$) gilt für $n+1$, falls ($\bullet$) für n und $n-1$ richtig ist.