LMU München
Mathematisches Institut
SoSe 2019

Prof. Dr. Markus Heydenreich
Kilian Matzke

Stochastik (LAG): Übungsblatt 2

Hausaufgaben

Aufgabe H2.1 Es seien $A_1, \dots, A_n$ Ereignisse in einem W-Raum (Ω, P). Zeigen Sie, dass

$$P\Big(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\Big) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1\leq i<j\leq n} P(A_i \cap A_j).$$

Aufgabe H2.2 In einer Urne befinden sich n Kugeln, davon k weiße Kugeln und $n-k$ schwarze Kugeln. Es werden zufällig m Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

(a) Modellieren Sie dieses Zufallsexperiment durch einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P).

(b) Sei $l \in \{0, \dots, m\}$ gegeben. Identifizieren Sie das Ereignis A_l: „Unter den m gezogenen Kugeln sind genau l weiße Kugeln. “

(c) Berechnen Sie $P(A_l)$.

Aufgabe H2.3 Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig aus $\{1, \dots, 1000\}$ gezogene Zahl nicht durch 2, 3 oder 5 teilbar? Geben Sie zuerst einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) an.

Aufgabe H2.4

(a) Eine faire Münze wird $2n$-mal geworfen. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau so oft Kopf wie Zahl fällt? Geben Sie zuerst einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) an. Nutzen Sie es Weiteren die Stirling-Formel $k! \sim \sqrt{2\pi k}(k/e)^k$, um zu zeigen, dass sich diese Wahrscheinlichkeit asymptotisch wie $(\pi n)^{-1/2}$ verhält.

(b) Dieselbe Münze werde nun $3n$-mal geworfen. Was ist die Wahrscheinlichkeit, doppelt so oft Kopf wie Zahl zu erhalten? Wie verhält sich diese Wahrscheinlichkeit asymptotisch?