Prof. Dr. Fabien Morel

Dr. Andrei Lavrenov, Oliver Hendrichs

Wintersemester 2024/25

8. November 2024

Lineare Algebra I – Übungsblatt 03

Aufgabe 1.
Seien G, H Gruppen und $f\colon G \to H$ ein Gruppenhomomorphismus.

1. Nehmen Sie an, f ist ein Monomorphismus und H abelsch. Beweisen Sie, dass G abelsch ist.
2. Nehmen Sie an, f ist ein Epimorphismus und G abelsch. Beweisen Sie, dass H abelsch ist.

Aufgabe 2.
Sei G eine Gruppe.

1. Erinnern wir uns daran, das Produkt $G \times G$ trägt eine induzierte Gruppenstruktur: $(g, h)(g', h') = (gg', hh')$. Beweisen Sie, dass $\cdot : G \times G \to G$ ein Gruppenhomomomorphismus ist genau dann, wenn G abelsch ist.
2. Nehmen Sie an, dass für jedes $g \in G$, $g^2 = e$ gilt. Beweisen Sie, dass G abelsch ist.

Aufgabe 3.
Sei G eine endliche Gruppe der Ordnung n. Beweisen Sie, dass G isomorph zu einer Untergruppe der symmetrischen Gruppe $\mathfrak{S}_n$ ist.

Aufgabe 4.
Sei G eine Gruppe. Erinnern wir uns daran, dass eine Untergruppe $H < G$ normal heißt, wenn $\forall g \in G$, $gH = Hg$.

Nehmen Sie an, dass H eine Untergruppe von G ist, so dass G/H zwei Elemente hat. Beweisen Sie, dass H normal ist.