Prof. Dr. Fabien Morel
Dr. Andrei Lavrenov, Oliver Hendrichs

Wintersemester 2024/25
26. Oktober 2024

Lineare Algebra I – Übungsblatt 01

Aufgabe 1.
Seien X, Y Mengen und $f\colon X \to Y$ eine Abbildung.

1. Für A, $B \subset Y$ zeigen Sie, dass $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.
2. Geben Sie ein Beispiel A, $B \subset X$ an, sodass $f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B)$.
3. Für A, $B \subset X$ mit $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = X$ finden Sie eine Bijektion zwischen Y^X und $Y^A \times Y^B$.

Aufgabe 2.
Überprüfen Sie die folgenden Relationen $R \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ auf Reflexivität, (Anti)symmetrie und Transitivität:

1. $R = \{(a, b) \mid a < b\}$;
2. $R = \{(a, b) \mid (a - b)^2 \leq 1\}$;
3. $R = \{(a, b) \mid a - b \text{ ist gerade}\}$.

Aufgabe 3.
Sei X eine Menge und $\mathcal{P}(X)$ deren Potenzmenge. Zeigen Sie, dass eine Abbildung $f\colon X \to \mathcal{P}(X)$ nicht surjektiv sein kann.

Aufgabe 4.
Seien A und B Mengen mit injektiven Abbildungen $f\colon A \to B$ und $g\colon B \to A$. Zeigen Sie, dann existiert eine Bijektion $h\colon A \to B$.