Man stellt zuerst fest, dass fuer eine Matrix mit $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ und ad-bc=1 bei Multiplikation mit Matrizen der Gestalt $\begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ f & 1 \end{pmatrix}$ diese Eigenschaft erhalten bleibt, also

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$ und $a'd' - b'c' = 1$.

Weiterhin ist jede Matrix der Form $\begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ f & 1 \end{pmatrix}$ eine Elementarmatrix.

Geht man nun von $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ aus und formt diese mit Gauss um, so erhaelt man also ein Matrix der Form $\begin{pmatrix} g & 0 \\ 0 & g^{-1} \end{pmatrix}$, da sich ja jeder Schritt durch Multiplikation mit Matrizen der angegebenen Form herstellen laesst.

Definiere nun $U(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und V(a)=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ und weiter W(a) = U(a)V($-a^{-1}$).

Dann stellt man fest, dass W(g)W(1) = $\begin{pmatrix} g & 0 \\ 0 & g^{-1} \end{pmatrix}$.

Also kann man dieselbe Matrix auf verschiedene Art erhalen, zunaechst durch Multiplikation der Ausgangsmatrix mit Matrizen der angegebenen Form und dann nur mittels Multiplikation mit Matrizen der angegebenen Form.

Schematisch: $UV\mathrm{A}U'V' = U''V''$

Setzt man beide Produke gleich und loesst nach der Ausgangsmatrix auf, erhaelt man ein reines Produkt von Matrizen der angegebenen Form, also ist jede Matrix so darstellbar.