

Als Lösungsvorschlag zur Aufgabe 4 gebe ich die folgenden selbsterklärenden Umformungen an. Der Witz bei der Sache ist, Gauss nicht wortlich, also zu beginnen beim ersten Element, erste Zeile erste Spalte, zu nehmen, sondern geschickterweise von unten mit dem gleichen Verfahren zu starten.

$$\begin{pmatrix} a & t & -4 & 5 \\ 2a & -1 & -1 & 0 \\ t & 4 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a+10 & t+15 & 1 & 0 \\ 2a & -1 & -1 & 0 \\ t-2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} t+20 \\ 1 \\ -7 \\ -4 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} a+t+8 & t+16 & 0 & 0 \\ 2a-t+2 & -2 & 0 & 0 \\ t-2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} t+13 \\ 6 \\ -7 \\ -4 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} -t^2 - 16t + 2at + 34a + 32 & 0 & 0 & 0 \\ 2a - t + 2 & -2 & 0 & 0 \\ t - 2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 8t + 122 \\ 6 \\ -7 \\ -4 \end{matrix}$$

Man hat jetzt auch eine Dreiecksmatrix, aber eine untere.

Die Fallunterscheidung ist jetzt evident. 1. Fall: $t = -\frac{61}{4}$, 2. Fall $t \neq -\frac{61}{4}$

Der erste liefert eine Bedingung an a , die dann hinreichend ist.