Übungen für Lineare Algebra fuer Informatiker und Statistiker
Wintersemester 2007/8

Prof. Dr. Günther Kraus Alexander Böhm

Abgabe in den Kästen oder in den Uebungen

Blatt 15

Alle folgenden Aufgaben sind geignet fuer die Klausur.

Aufgabe 57

Zeige, dass die Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten bei einer symmetrischen Matrix orthogonal zueinander sind.

Aufgabe 58

Es sei eine symmetrische 3x3 Matrix gegeben und bekannt, dass zwei Eigenvektoren

$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$ zu den Eigenwerten 1 und 2 seien, sowie, dass der dritte Eigenwert 3 ist.

Berechne den dritten Eigenvektor und stelle die Matrix auf .

Aufgabe 59

Ist die Matrix $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&4&5&6&5\\3&4&5&6&5&4\\4&5&6&6&4&3\\5&6&5&4&3&2\\6&5&4&3&2&1\end{pmatrix}$ diagonalisierbar?

Gibt es weiterhin eine Basis, die nur aus Eigenvektoren besteht?

Aufgabe 60

Pruefe den Wahrheitsgehalt folgender Aussagen:

Zwei Eigenvektoren zu unterschiedlichen Eigenwerten sind orthogonal zueinander.

Es gibt einen Eigenvektor zu jeder Nullstelle des charakteristischen Polynoms.

Bei einer linearen Abbildung gibt es eine Basis bezueglich derer die Abbildung Diagonalgestalt hat.

Bei einer symmetrischen Matrix A gibt es eine Matrix S mit S^{-1}AS hat hoechstens n Eintraege.

Bei einer Matrix vom Rang 2n+1 gibt es sicher einen Eigenvektor.

Bei einer symmetrischen Matrix gibt es eine Orthonormalbasis, bezueglich derer die Abbildung Diagonalgestalt hat.

Eine quadratische Matrix mit ungerader Spaltenzahl besitzt einen Eigenvektor.

Ist A symmetrisch, dann auch S^{-1}AS fuer jedes S(invertierbar natuerlich) .

Die Determinante bleibt gleich, wenn man zum Vielfachen einer Zeile eine andere Zeile addiert.

Das charakteristische Polynom von A und S^{-1}AS ist gleich.

dimL(a,b)$<$ dim L(a).

Bei einer m $\times$ n Matrix mit n$<$m ist dim ker $>$0.

Ist v Eigenvektor zu A^2, so auch zu A.

Fuer eine m $\times$ n Matrix A und eine k $\times$ l Matrix B gibt es eine Matrix C, so dass das Matrixprodukt ACB existiert.

Wenn fuer Matrizen Aund B A+B berechenbar ist, so auch AB.

Wer die erste Klausur bestanden hat, besteht auch die zweite.