Übungen für Lineare Algebra fuer Informatiker und Statistiker
Wintersemester 2007/8

Prof. Dr. Günther Kraus Alexander Böhm

Abgabe Dienstag 5 Februar in den Kästen

Blatt 14

Aufgabe 53

Es sei eine lineare Abbildung f gegeben , so dass für das Skalarprodukt fuer alle x gilt:

$\langle f(x), x \rangle = -\langle x, f(x) \rangle$.

Zeige, dass f^2 nur negative Eigenwerte hat.

Zeige weiterhin, dass es ein orthogonale Basis gibt, bezüglich derer die Abbildung die Gestalt

$$\begin{pmatrix} 0 & -\mu_1 & & & & & \\ \mu_1 & 0 & & & & & \\ & & 0 & -\mu_2 & & & \\ & & \mu_2 & 0 & & & \\ & & & & \cdot & & \\ & & & & & \cdot & \\ & & & & & & 0 & -\mu_k \\ & & & & & & \mu_k & 0 \end{pmatrix}$$ hat.

4 Punkte

Aufgabe 54

Zeige anhand der Matrix aus Aufgabe 52, dass jede Matrix A ihrer eigenen charakteristischen Gleichung genügt, dass also f(A) =0 wenn f(x) das charakteristische Polynom ist.

Das heißt, bilde das charakteristische Polynom und setze anstelle x die Matrix ein, wobei natürlich A^n das n-fache Produkt der Matrix bedeutet.

4 Punkte

Aufgabe 55

Zeige zunächst, dass die Matrix A diagonalisiebar ist. Berechne dazu die Eigenwerte und sodann eine Basis, bezüglich derer A Diagonalgestalt hat.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hier haben wir wieder ein Exemplar einer Matrix, bei dem genaues Hinschauen eine Menge Arbeit spart.

Aufgabe 56

Zeige, dass es es eine zu A aehnliche Matrix gibt, die an hoechstens zwei Stellen von Null verschiedene Eintraege hat.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$