

Übungen für Lineare Algebra fuer Informatiker und Statistiker
Wintersemester 2007/8

Prof. Dr. Günther Kraus

Alexander Böhm

Abgabe Dienstag 8 Januar in den Kästen

Blatt 10

Aufgabe 37

(Lineare Algebra fruher)

Im fruheren China musste ein Beamter, sie wurden Mandarin ganannt, Aufgaben folgender Art loesen.

Ein Bauer hat 100 Münzen. Er will Hähne, Hennen und Küken kaufen. Ein Hahn kostet 5 Muenzen, eine Henne 4 Muenzen und vier Küken kosten eine Münze.

Berechne wieviel Haehne, Hennen und Kueken der Bauer kaufen kann, wenn er alle Muenzen verbraucht und von jeder Art mindestens einen Vertreter erwirbt.

4 PUNKTE

Aufgabe 38

(Nach einem alten britischen Rätsel)

Drei Wanderer wohnen in drei verschiedenen Orten, die alle auf einer Strecke liegen. Der erste geht los und holt den zweiten in der naechsten Ortschaft ab. Dann gehen sie gemeinsam weiter und holen den dritten im der dritten Ortschaft ab. Sie gehen noch eine Weile des Wegs und, da sie sonst nicht viel zu zu tun haben, stellen sie folgende Wegbeschreibung auf.

Wir sind jetzt insgesamt, also wenn man die Wegstrecken zusammenzaehlt, die jeder zurueckgelegt hat, 50 km gegangen. Der erste Wanderer ist jetzt 2 mal soweit gegangen wie der zweite, wenn dieser 3 mal soweit gegangen sein wird wie der dritte.

Der dritte Wanderer wird dann 4 mal soweit gegangen sein wie der erste, wenn dieser auf der Hoehe ist, als der zweite doppelt soweit gegangen ist wie der dritte.

Man nimmt natuerlich idealisiert an, dass alle sich gleichartig und gleichförmig bewegen.

4 PUNKTE

Aufgabe 39

Beweise:

Hat man n linear unabhängige Vekturoen $u_1, \dots, u_n$ gegeben und bildet die Gram-Schmidt Matrix

$$\begin{pmatrix} \langle u_1, u_1 \rangle & . & . & . & \langle u_1, u_n \rangle \\ \langle u_2, u_1 \rangle & . & . & . & \langle u_2, u_n \rangle \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \langle u_n, u_1 \rangle & . & . & . & \langle u_n, u_n \rangle \end{pmatrix}$$

so ist diese positiv definit.

4 PUNKTE

Aufgabe 40

Berechne die Projektion des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ auf den von den Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ aufgespannten Unterraum.

4 PUNKTE