Übungen für Lineare Algebra fuer Informatiker und Statistiker
Wintersemester 2007/8

Prof. Dr. Günther Kraus Alexander Böhm

Abgabe Dienstag 11 Dezember in den Kästen

Blatt 8

Aufgabe 29

Finde fuer die Matrix A $= \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ Umformungsmatrizen S und T, so dass

TAS^{-1} Diagonalgestalt hat, also

$$\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{pmatrix}$$

mit T $= \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix}$ und S $= \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{pmatrix}$.

Schreibe die Matrizen explizit auf.

4 Punkte

Aufgabe 30

Pruefe, ob die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ zu der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ aequivalent ist.

4 Punkte

Aufgabe 31

Jemand behauptet, dass man jede quadratische Matrix grundsaetzlich zu einer jeder anderen Matrix, derselben Zeilen und Spaltenanzahl, aehnlich umforman kann. Pruefe den Wahrheitsgehalt dieser Aussage formal.

4 Punkte

Aufgabe 32

Man hat eine lineare Abbildung, die durch die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ beschrieben wird.

Dies bezieht sich auf die Basen $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Stelle dieselbe Abbildung bezueglich der kanonischen Basen e_1, e_2, e_3, e_4 bzw. e_1, e_2, e_3 dar

und berechne das Bild von $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

4 Punkte