Übungen für Lineare Algebra fuer Informatiker und Statistiker
Wintersemester 2007/8

Prof. Dr. Günther Kraus Alexander Böhm

Abgabe Dienstag 04 Dezember in den Kästen

Blatt 7

Aufgabe 25

Stelle die Polynome $1+x, x+x^2, x^2+x^3, 1+x^3$ als Linearkombination der Polynome

$1-x, x-x^2, x^2-x^3, 1-x^3$ dar.

Dies kann man mittels Basistransformation durchfuehren, wenn man die gegebenen Polynome jeweils als Basis des Vektorraumes der Polynome dritten Grades ueber $\mathbb{R}$ ansieht. Oder aber auch einfach mittels Koeffizientenvergleich. Beides laeuft aber auf das Loesen linearer Gleichungssysteme hinaus.

4 Punkte

Aufgabe 26

Stelle die Vektoren $\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\3\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\2\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-2\\1\\2\end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren

$\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\3\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\2\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-2\\1\\2\end{pmatrix}$ sowie $\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}0\\-4\\0\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\5\\5\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\2\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\4\\3\end{pmatrix}$ dar.

Schreibe die Transformation jeweils als Produkt mit einer geeigneten Transformationsmatrix.

4 Punkte

Aufgabe 27

Eine Abbildung wird beschrieben bezueglich der kanonischen Basisvektoren e_1, e_2, e_3, e_4

durch die folgende Matrix:

$$\begin{pmatrix}4&3&2&1\\2&4&3&1\\1&2&1&2\\2&1&2&1\end{pmatrix}^{-1}.$$

Stelle dieselbe Abbildung durch eine Matrix bezueglich der Basisvektoren

$$\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\3\\4\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\\2\\1\end{pmatrix} \text{dar.}$$

Beachte dabei, dass die Vektoren natuerlich nicht nach dieser Reihenfolge nummeriert werden muessen, in der sie hier gerade angegeben wurden.

4 Punkte

Aufgabe 28

Erstelle die Transformationsmatrix, die die kanonischen Basisivektoren e_1, e_2, e_3, e_4

in die Basisvektoren $\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}$ ueberfuehrt.

4 Punkte