Übungen für Lineare Algebra fuer Informatiker und Statistiker
Wintersemester 2007/8

Prof. Dr. Günther Kraus Alexander Böhm

Abgabe Dienstag 27 November in den Kästen

Blatt 6

Aufgabe 21

Ein Untervektorraum U eines Vektorraumes V heisst invariant unter einer Abbildung φ, wenn $\varphi(U) \subset U$ gilt.

Zeige, dass der von den Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ aufgespannte Unterraum invariant ist unter der Abbildung, die durch die Multiplikation mit der Matrix $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \end{pmatrix}$ beschrieben wird.

4 Punkte

Aufgabe 22

Die Menge der Matrizen der Form $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mit ad − bc=1 nennt man SL_2.

Zeige, dass diese Menge SL_2. von Matrizen der Form $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ erzeugt wird.

4 Punkte

Aufgabe 23

a

Berechne den Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b

Berechne die Dimension des Kerns der linearen Abbildung, die durch die Multiplikation eines Vektors aus $\mathbb{R}^6$ mit der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$ entsteht.

4 Punkte

Aufgabe 24

Stelle die 1 als Linearkombination von 53 und 431 dar, so dass die Koeffizienten ganze Zahlen sind. Dies ist eine Anwendung des euklidischen Algorithmus fuer ganze Zahlen.